6

Decisión con Incertidumbre

- **Modelado e Inferencia.**
  - En el tema anterior se presentó como modelar un dominio con incertidumbre y a realizar diversos tipos de razonamientos (inferencias) sobre éste.
- **Decisión:**
  - Sin embargo, el papel de un agente inteligente no debe ser únicamente el de un observador, si no el de un actor. Esto es, debe elegir entre distintas acciones de forma racional.
- **Acciones y resultados.**
  - Las acciones producen resultados que generalmente modifican nuestro conocimiento sobre el dominio.
  - Estos resultados dependen también de variables que no controlamos (llamadas también el "estado del mundo").

Fernando Pérez Nava

Elementos de un problema de decisión

- **De manera formal en un problema de decisión tenemos:**
  - Un conjunto de acciones: A_1, A_2,..., A_{na}
  - El estado del mundo: X_1, X_2,..., X_{nx}
  - Un conjunto de resultados R_1, R_2,..., R_{nr} que dependen de las acciones y del estado del mundo.
- **Ejemplo:**
  - Quiero para hacer una fiesta en el jardín de mi casa pero puede que llueva ¿debería hacer la fiesta dentro de casa?
    - Acciones: "preparar la fiesta dentro" o "prepararla fuera".
    - Estado del mundo: "llueve" o "no llueve".
    - Resultados: (la fiesta se hace fuera y no llueve), (la fiesta se hace dentro y llueve), (la fiesta se hace dentro y no llueve), (la fiesta se hace fuera y llueve).
- **¿Cómo decidir de forma racional?**
  - Debemos elegir aquella acción que proporcione el "mejor" resultado.
- **Preferencias**
  - Por tanto, para decidir de forma racional es necesario conocer las preferencias entre los distintos resultados de las acciones.
    - En el ejemplo de la lluvia del párrafo anterior los resultados están ordenados de mejor a peor.

6 Presencia de la incertidumbre en problemas de decisión

- **Incertidumbre en el estado del mundo**
  - Generalmente, el estado del mundo tiene asociado incertidumbre. Si utilizamos probabilidad esta incertidumbre puede modelarse con la distribución conjunta $P(X_1, X_2,..., X_{nx})$
    - En el problema de la lluvia, no sabemos si va a llover.
- **Incertidumbre en los resultados**
  - Como los resultados de nuestras acciones dependen del estado del mundo, los resultados de nuestras acciones tienen también incertidumbre.
  - Cuando hay incertidumbre, una acción producirá los resultados $R_1, R_2,..., R_n$ con probabilidades $p_1, p_2,..., p_n$. Se dice entonces que su resultado es una lotería $L=[p_1, R_1; p_2, R_2;... ; p_n, R_n]$.
- **Preferencias con incertidumbre**
  - Para elegir la "mejor" acción es necesario establecer una preferencia entre las loterías. Pero, ¿Cómo hacerlo?

Fernando Pérez Nava

6 Preferencias con incertidumbre

- **Preferencias racionales**
  - Idea: Para que sean racionales, la preferencias de un agente inteligente deben cumplir ciertas restricciones.
  - Notación: $A>B$ (A se prefiere a B), $A=B$ (A y B son indiferentes), $A\geq B$ (B no se prefiere a A)
- **Restricciones (Axiomas de la teoría de la utilidad)**
  - Ordenación: $(A>B) \vee (B>A) \vee (A=B)$
  - Transitividad: $(A>B) \wedge (B>C) \Rightarrow (A>C)$
  - Continuidad: $A>B>C \Rightarrow \exists p\ [p, A\ ;\ 1\text{-}p, C]=B$
  - Sustitubilidad: $A=B \Rightarrow [p, A\ ;\ 1\text{-}p, C]=[p, B\ ;\ 1\text{-}p, C]$
  - Monotonía: $A>B \Rightarrow (p \geq q \Leftrightarrow [p, A\ ;\ 1\text{-}p, B] \geq [q, A\ ;\ 1\text{-}q, B])$
  - Descomposición:

$$[p, A\ ;\ 1\text{-}p, [q, B\ ;\ 1\text{-}q, C]] = [p, A\ ;\ (1\text{-}p)q, B;\ (1\text{-}p)(1\text{-}q), C\ ]$$

Fernando Pérez Nava

6 Teoría de la utilidad

- **Consecuencias de los axiomas de utilidad:**
  - Principio de utilidad

    Si las preferencias de un agente obedecen a los axiomas de utilidad, entonces existe una función real U llamada función de utilidad asociada a cada resultado de forma que U(A)>U(B) si y solo sí se prefiere a A frente a B y U(A)=U(B) si y sólo si es indiferente ante A o B.

    $$U(A)>U(B) \Leftrightarrow A>B$$

    $$U(A)=U(B) \Leftrightarrow A=B$$

  - Utilidad de una lotería

    La utilidad de una lotería es la suma de la probabilidad de cada resultado multiplicada por la utilidad de cada resultado (utilidad esperada):

    $$U([p_1, R_1; p_2, R_2; \dots ; p_n, R_n])=\Sigma\, p_i\, U(R_i)$$

Fernando Pérez Nava

El Principio de la Máxima Utilidad Esperada (MUE)

- **Resumiendo:**
  - Bajo incertidumbre el resultado de una acción es una lotería.
  - Para que las preferencias entre loterías sean racionales deben cumplir los axiomas de utilidad.
  - Si se cumplen los axiomas de utilidad cada posible resultado tiene un valor numérico (su utilidad). Cuanto mayor es el valor numérico "mejor" es el resultado.
  - La utilidad de una lotería es su utilidad esperada.
- **Entonces:**
  - La forma racional de decidir para un agente es elegir aquella acción que produzca la mayor utilidad esperada

Fernando Pérez Nava

6 Descripción formal del MUE

- **Las variables del estado del mundo tendrán un valor desconocido o conocido (tienen evidencia)**
- **Para una acción A:**
  - Sus posibles resultados dependen del estado del mundo:
    - $\{Resultado_1(A), Resultado_2(A), \ldots Resultado_n(A)\}$
  - Las preferencias entre los resultados vienen dadas por una función de utilidad U:
    - $U(Resultado_1(A)), U(Resultado_2(A)), \ldots U(Resultado_n(A))$
  - Las probabilidades de obtener dichos resultados si se tiene la evidencia E:
    - $P(Resultado_1(A)|Accion=A,E), \ldots, P(Resultado_n(A)|Accion=A,E)$
- **Entonces, la acción será óptima si hace máxima la utilidad esperada:**

$$U(A \mid E) = \sum_{i=1}^{n} P(Resultado_i(A) \mid Acción = A, E)\, U(Resultado_i(A))$$

Fernando Pérez Nava

6 El Principio de la Máxima Utilidad Esperada (MUE): Ejemplo

- **Ejemplo:**
  - En el caso de la fiesta las acciones posibles son:
    - A_1="preparar fiesta dentro", A_2="preparar fiesta fuera"
  - Los resultados son:
    - $Res_1(A_1)$= (lluvioso,dentro), $Res_2(A_1)$= (¬lluvioso,dentro)
    - $Res_1(A_2)$= (lluvioso,fuera), $Res_2(A_2)$= (¬lluvioso,fuera)
  - La función de utilidad es:

U(Tiempo,Lugar) — Lugar

Tiempo		dentro	fuera
	lluvioso	Aliviado (60)	Deprimido (0)
	¬lluvioso	Arrepentido (50)	Contento (100)

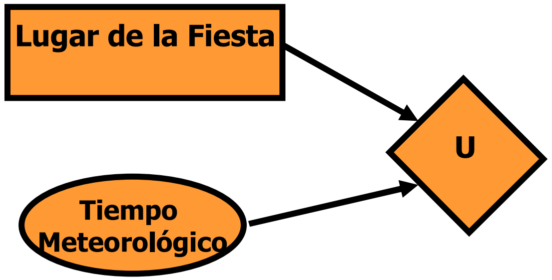
P(T)

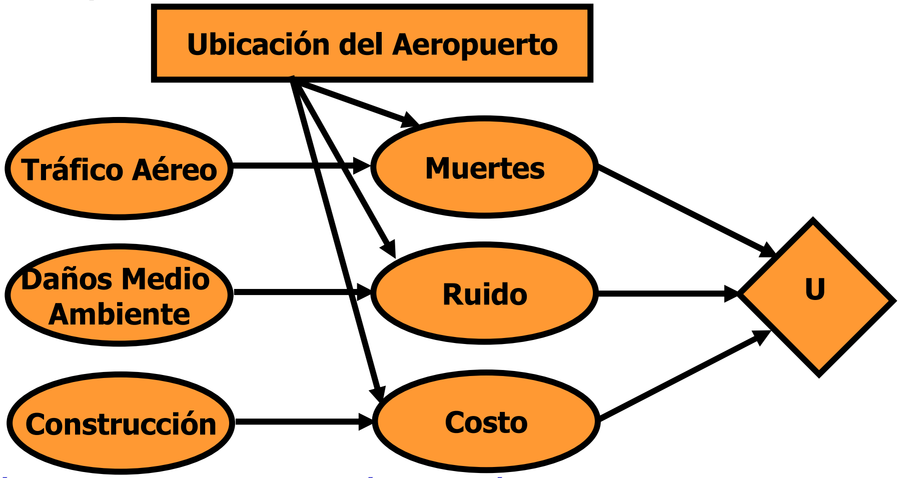
lluvioso	0.4
¬lluvioso	0.6

  - Las probabilidades son:
    - $P(Res_1(A_1)|Acción=A_1)$=P(lluvioso,dentro)/P(dentro)=P(lluvioso)
    - $P(Res_2(A_1)|Acción=A_1)$)=P(¬lluvioso)
    - $P(Res_1(A_2)|Acción=A_2)$)=P(lluvioso)
    - $P(Res_2(A_2)|Acción=A_2)$)=P(¬lluvioso)
  - Las utilidades son:
    - U(dentro)=U(lluvioso,dentro)P(lluvioso,dentro|dentro)+U(¬lluvioso,dentro)P(¬lluvioso,dento|dentro)= 60*0.4+50*0.6=54
    - U(fuera)=U(lluvioso,fuera)P(lluvioso,fuera|fuera)+U(¬lluvioso,fuera)P(¬lluvioso,fuera|fuera)= 0*0.4+100*0.6=60 (decisión óptima)
    - U(dentro)=U(lluvioso,dentro)P(lluvioso|dentro)+U(¬lluvioso,dentro)P(¬lluvioso|dentro)= 60*0.4+50*0.6=78
    - U(fuera)=U(lluvioso,fuera)P(lluvioso|fuera)+U(¬lluvioso,fuera)P(¬lluvioso|fuera)= 0*0.4+100*0.6=60
    - La decisión óptima es la de hacer la fiesta dentro

Redes de Decisión (Diagramas de Influencia)

- **Una red de decisión es una representación mediante un grafo de las variables de un problema de decisión y sus relaciones.**
- **Está compuesta de:**
  - Nodos aleatorios (óvalos): Variables aleatorias que representan el estado del mundo (igual que redes bayesianas).
  - Nodos de decisión (rectángulos): Representan posibles elecciones para la acción a tomar.
  - Nodos de utilidad (rombos): Representan la función de utilidad.
- **Ejemplos**





Fernando Pérez Nava

6 Cálculo de la Acción Óptima en una Red de Decisión

- **Para calcular la acción óptima en una red de decisión (con un único nodo de decisión)**
  - Añadir la evidencia disponible a la red
  - Para cada acción del nodo de decisión:
    - Poner el nodo de decisión a ese valor
    - Calcular la probabilidad de los nodos padres del nodo de utilidad, como se hace en las redes bayesianas, utilizando un algoritmo de inferencia en redes bayesianas.
    - Calcular la utilidad esperada de cada acción
  - Devolver la acción con mayor utilidad esperada

Fernando Pérez Nava

6 Aprendizaje

- **Aprendizaje:**
  - "Cualquier cambio en un sistema que le permita obtener un mejor rendimiento la próxima vez que realiza la misma tarea u otra tarea similar" (Simon)
- **¿Por qué realizar aprendizaje en sistemas basados en conocimiento?**
  - El proceso de adquisición del conocimiento es muy caro
  - Frecuentemente no se tienen expertos disponibles
  - Por el contrario generalmente es posible disponer de grandes cantidades de datos.
- **El Aprendizaje nos permite diseñar sistemas basados en datos**
  - Además estos datos pueden combinarse con las opiniones de distintos expertos

Fernando Pérez Nava

6 Aprendizaje en Redes Bayesianas

- **Proceso de Aprendizaje General**
  - Inferir la estructura y tablas de probabilidad condicional a partir de datos e información a priori

- **El Problema del Aprendizaje en Redes Bayesianas**

	Estructura Conocida	**Estructura Desconocida**
Datos completos	Estimación Paramétrica	Optimización sobre estructuras
Datos Incompletos	Optimización Paramétrica	Técnicas Combinadas

Fernando Pérez Nava

6

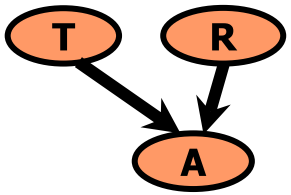
Aprendizaje en RB: Datos Completos y Estructura Conocida (DC/EC)

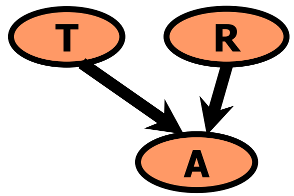
- **En este caso:**
  - La estructura de la red es conocida.
  - El Proceso de Aprendizaje nos proporciona los parámetros que describen las tablas de probabilidad condicional

Casos

T, R, A
< t, ¬r, ¬a>
.
.
.
<¬t, r, ¬a>

T	R	P(A|R,T)	
t	r	?	?
t	¬r	?	?
¬t	r	?	?
¬t	¬r	?	?





T	R	P(A|R,T)	
t	r	0.99	0.01
t	¬r	0.2	0.8
¬t	r	0.8	0.2
¬t	¬r	0.01	0.99

Fernando Pérez Nava

6

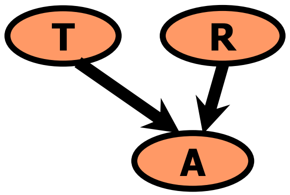
Aprendizaje de Redes Bayesianas en Netica

- **Sólo resuelve los casos de Estructura Conocida**
- **Estimación de los parámetros (Datos Completos)**
  - Dado un caso que proporciona valores para un nodo y sus padres, la nueva probabilidad condicional p′ y el nuevo número de casos de los padres e′ se actualizan para esos valores en función de los anteriores p y e como:

    e′=e+1 p′=(p×e+1)/(e+1) (si el estado del nodo coincide con el valor del caso para ese nodo)

    p′=(p×e)/(e+1) (si no coincide con el valor)

- **Ejemplo:**



T	R	P(A|R,T)	
t	r	0.99	0.01
t	¬r	0.2	0.8
¬t	r	0.8	0.2
¬t	¬r	0.01	0.99

T	R	E
t	r	1
t	¬r	3
¬t	r	20
¬t	¬r	980

Casos

T, R, A

< t, ¬r, ¬a>

.

< ¬t, r, a>

.

<¬t, r, ¬a>

T	R	P′(A|R,T)	
t	r	0.99	0.01
t	¬r	0.2	0.8
¬t	r	0.81	0.19
¬t	¬r	0.01	0.99

T	R	E′
t	r	1
t	¬r	3
¬t	r	21
¬t	¬r	980

Fernando Pérez Nava